Énergie Électrique

Questions de cours ENE : Conversion électromécanique

Tests pour Moodle/Edunao

Banque de questions : Cours/Ch5 Conversion électromécanique

Test : Questions de cours : Conversion électromécanique

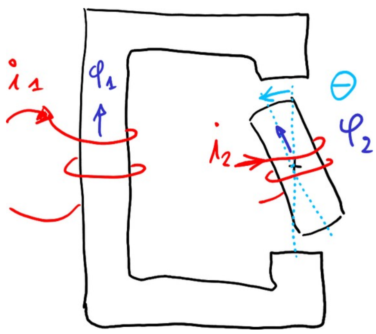
5 questions pour valider le cours sur la conversion électromécanique. En particulier, la définition de l'énergie et la coénergie magnétiques et leur utilisation pour calculer des efforts (couple ou force).
Date limite pour valider : **vendredi 19 juin 08h30**.
Il faut 100% de bonnes réponses pour valider le test…, mais vous pouvez faire plusieurs essais à chaque question !
Conseils :

- À chaque question, demandez la **vérification** immédiate de la réponse. Si votre réponse est incorrecte, vous aurez la possibilité de la retenter immédiatement.
- Chaque question comporte un « feedback » qu'il est conseillé de lire, que votre réponse soit juste ou fausse.
- Il est conseillé de répondre séquentiellement (l'ordre des questions suit une progression logique)

1 Énergie et coénergie magnétiques

Q1: Définition énergie, 2 enroulements, linéaire

On considère un système avec deux enroulements couplés magnétiquement, traversés respectivement par les courants i_1 et i_2. La présence d'un degré de liberté mécanique θ ne nous intéresse pas dans cette question : on suppose la position bloquée.



Rappel : Les flux totaux vus par chaque enroulement, notés Φ_1 et Φ_2, dépendent de ces courants. Dans le cas où la relation entre B et H, partout dans le système, est linéaire (e.g. pas de saturation ou d'hystérésis dans les parties ferromagnétiques), la relation entre flux et courants est linéaire, ce qui s'exprime matriciellement par :

$\underline{\Phi} = \mathcal{L}.\underline{i}$, avec $\underline{\Phi}$ le vecteur des flux et $\underline{i}$ le vecteur des courants (vecteurs colonnes). La matrice d'inductance $\mathcal{L}$, de taille, 2×2 est composée de :

- 2 termes diagonaux L_1 et L_2 qui sont les **inductances propres**. L_1 indique l'effet du courant 1 sur le flux 1 et, similairement, L_2 indique l'effet du courant 2 sur le flux 2.
- 2 termes hors diagonale M_{12} et M_{21} qui sont les **inductances mutuelles**. M_{12} indique l'effet du courant 2 sur le flux 1 et, réciproquement, M_{21} indique l'effet du courant 1 sur le flux 2.

Que vaut l'énergie magnétique W de ce système ? Cochez toutes les bonnes réponses.

- $W = \frac{1}{2}\, \underline{i}^T.\mathcal{L}.\underline{i}$ (OK)
- $W = \frac{1}{2}\, \underline{i}^T.\mathcal{L}^{-1}.\underline{i}$
- $W = \frac{1}{2}\, \underline{\Phi}^T.\mathcal{L}.\underline{\Phi}$
- $W = \frac{1}{2}\, \underline{\Phi}^T.\mathcal{L}^{-1}.\underline{\Phi}$ (OK)
- $W = \frac{1}{2}\, L_1\, i_1^2 + \frac{1}{2}\, L_2\, i_2^2$
- $W = \frac{1}{2}\, L_1\, i_1^2 + \frac{1}{2}\, L_2\, i_2^2 + \frac{1}{2}\, M_{12}\, i_1.i_2$
- $W = \frac{1}{2}\, L_1\, i_1^2 + \frac{1}{2}\, L_2\, i_2^2 + M_{12}\, i_1.i_2$ (OK)
- $W = \frac{1}{2}\, L_1\, i_1^2 + \frac{1}{2}\, L_2\, i_2^2 + \frac{1}{2}\, M_{12}\, i_1.i_2 + \frac{1}{2}\, M_{21}\, i_1.i_2$ (OK)

FB : Expression de l'énergie magnétique lorsque les matériaux sont linéaires : $W = \frac{1}{2}\, \underline{i}^T.\mathcal{L}.\underline{i}$ (à connaître). L'énergie est une *forme quadratique* des courants.

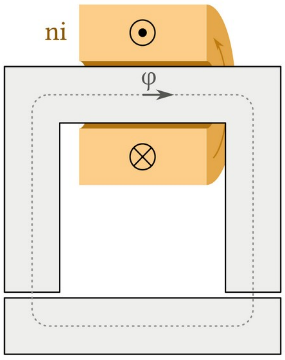
En inversant la relation $\underline{\Phi} = \mathcal{L}.\underline{i}$, on obtient l'énergie fonction des flux : $W = \frac{1}{2}\, \underline{\Phi}^T.\mathcal{L}^{-1}.\underline{\Phi}$.

En développant l'écriture matricielle, on obtient 4 termes : $W = \frac{1}{2}\, L_1\, i_1^2 + \frac{1}{2}\, L_2\, i_2^2 + \frac{1}{2}\, M_{12}\, i_1.i_2 + \frac{1}{2}\, M_{21}\, i_1.i_2$

Enfin, il faut savoir qu'une *matrice d'inductance est toujours symétrique* : les mutuelles entre deux enroulements sont égales. Ici : $M_{12} = M_{21}$. On obtient l'expression développée réduite à 3 termes, où le facteur ½ a disparu devant le terme mutuel.

Q2: Définition coénergie

On note W l'énergie magnétique d'un système avec un enroulement parcouru par un courant i et qui est traversé par un flux total Φ (égal à n.φ).



Quelle est la définition de la coénergie W’ de ce système ?

- W’ = W (propriété vraie dans le cas linéaire)
- W’ = Φ.i + W
- W’ = Φ.i – W (OK)
- W’ = Φ.i/2 (propriété vraie dans le cas linéaire)

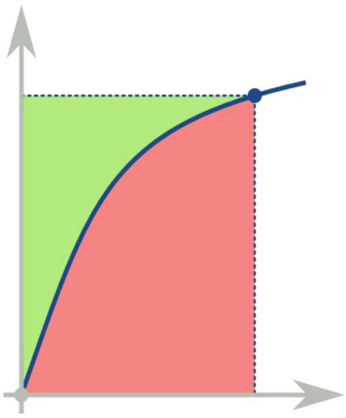
FB : Définition : W’ = Φ.i – W (voir illustration à la question suivante)

Dans le cas où la relation entre flux et courant est linéaire (relation typiquement notée Φ = L.i, avec L l’inductance propre de l’enroulement), on a la propriété W’ = W. En combinant cette propriété avec la définition, on obtient :

W’ = W = ½ Φ.i, plus souvent écrit ½ $L.i^2$, et parfois ½ $L^{-1}.\Phi^2$

Q3: Définition graphique énergie/coénergie non linéaire

On considère un système avec un enroulement parcouru par un courant i et qui est traversé par un flux total Φ. On note W son énergie et W’ sa coénergie.



Glisser-déposer ces termes :

- annotation des axes : flux, courant
- aires : Énergie W, Coénergie W’
- éventuellement : rectangles infinitésimaux i.dΦ et Φ.di

FB : À position bloquée, on a :

$W = \int i.d\Phi$

$W' = \int \Phi.di$

On observe que, lorsque la relation Φ(i) est linéaire, on a bien W' = W = ½ Φ.i. En effet, Φ.i est l'aire du rectangle.

FB détaillé à rédiger

Un bilan d'énergie permet de trouver la différentielle de l'énergie :

En l'intégrant à position donnée, on obtient la définition intégrale de l'énergie :

À partir de la définition de la coénergie et de la différentielle de l'énergie, on obtient la différentielle de la coénergie :...

2 Calculs d'efforts

Q4: Expression de la force en W et W'

On considère un système avec un degré de liberté en translation noté x. Ce système contient des enroulements parcourus par des courants i_1, i_2... Les flux totaux vus par chaque enroulement sont notés Φ_1 et Φ_2... Enfin, on note W et W' l'énergie et la coénergie magnétique de ce système liées à ces enroulements. W et W' dépendent de la position x ainsi que des courants et des flux.

On souhaite calculer F, la force scalaire, orientée dans la direction du mouvement x, que le système exerce sur l'extérieur (c'est la convention habituelle). Sélectionnez les expressions qui sont vraies.

- F = +∂W/∂x, à courants constants
- F = −∂W/∂x, à courants constants
- F = +∂W/∂x, à flux constants
- F = −∂W/∂x, à flux constants (OK)
- F = +∂W/∂x, à flux et à courants constants
- F = −∂W/∂x, à flux et à courants constants
- F = +∂W'/∂x, à courants constants (OK)
- F = −∂W'/∂x, à courants constants
- F = +∂W'/∂x, à flux constants
- F = −∂W'/∂x, à flux constants
- F = +∂W'/∂x, à flux et à courants constants
- F = −∂W'/∂x, à flux et à courants constants

FB : Deux expressions sont vraies :

F = −∂W/∂x, à flux constants

F = +∂W'/∂x, à courants constants

Dans les cas linéaires, on a W = W', donc il y a deux autres expressions qui deviennent vraies dans ce cas particulier.

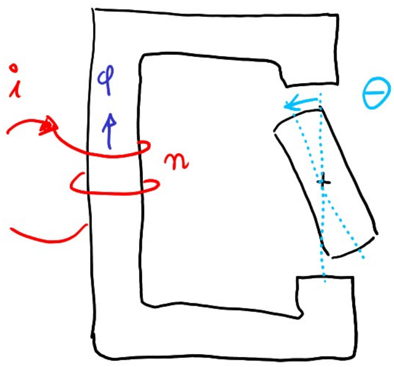
Notez qu'il est en général impossible de maintenir à la fois les flux et les courants constants, car ils sont généralement liés. C'est analogue à vouloir imposer des valeurs arbitraires à la fois la tension aux bornes et au courant à travers une résistance. Ce serait contradictoire avec la relation u=R.i. Il y a donc 4 formules absurdes.

Q5: Attraction réluctance minimale

On considère un système avec un enroulement parcouru par un courant i et qui est traversé par un flux total $\Phi = n.\varphi$. n est le nombre de spires de l'enroulement et φ le flux à travers une spire de l'enroulement (on suppose, comme souvent, que les spires sont suffisamment resserrées pour qu'elles voient le même flux). On suppose que la relation B-H dans les parties ferromagnétiques est linéaire.

On rappelle que $\varphi = n.i/R$, où R est la réluctance du chemin emprunté par le flux. Ainsi, l'inductance propre de l'enroulement vaut $L = \Phi/i = n^2/R$.

Ce système a un degré de liberté en rotation noté θ. La réluctance, et donc l'inductance, varient avec cet angle. Le schéma suivant est une illustration possible de la situation.

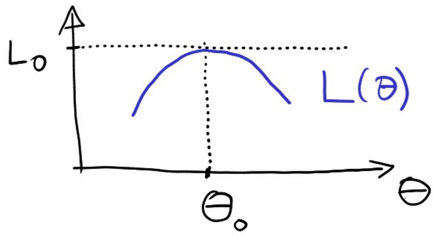


On suppose que la réluctance est **minimale** autour d'une certaine position $\theta = \theta_0$. Vu la relation entre réluctance et inductance, cela signifie que l'inductance est **maximale** à cette même position.

On modélise cela analytiquement par une approximation locale de la fonction avec fonction $\theta \mapsto L(\theta)$ autour de θ_0. Pour cela, on tronque la formule de Taylor à l'ordre de 2. On a :

$L(\theta) \approx L_0 - a.(\theta - \theta_0)^2$,

sachant que le fait que θ_0 soit un maximum local impose que le terme d'ordre 1 et nul est que $a > 0$ (car $L''(\theta_0) < 0$). Illustration de la dépendance de L en la position :



Objectif : On souhaite calculer et interpréter la forme de C(θ), le couple scalaire, orienté dans la direction du mouvement θ, que le système exerce sur l'extérieur (c'est la convention habituelle).

QA) Pour un système à un enroulement, le couple peut s'exprimer en fonction de la dérivée (spatiale) de l'inductance L'(θ) avec la relation :

- $C = + L'(\theta).i^2$
- $C = + L'(\theta).i$
- $C = + \frac{1}{2} L'(\theta).i^2$ (OK)
- $C = - \frac{1}{2} L'(\theta).i^2$
- $C = - L'(\theta).i^2$
- $C = - L'(\theta).i$

FB : On part de l'expression de l'énergie $W(\theta, i) = \frac{1}{2} L(\theta).i^2$

Le couple peut se calculer de deux façons :

1) $C = -\partial W/\partial\theta$, à flux constants

2) $C = +\partial W'/\partial\theta$, à courants constants

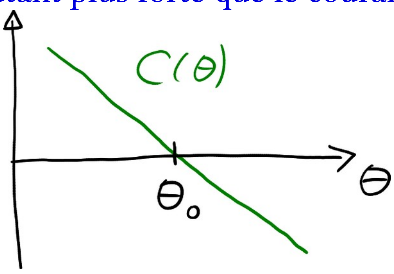
Sachant qu'on est dans le cas linéaire où W' = W, la 2e formule est la plus simple à appliquer vu qu'on dispose d'une expression de l'énergie en fonction de la position et du courant.

QB) Autour de la position de réluctance minimale θ_0, le couple est de la forme :

- $C(\theta) \approx$ constant > 0
- $C(\theta) \approx$ constant < 0
- $C(\theta) \approx b.(\theta - \theta_0)$, avec $b > 0$ (« C est nul en θ_0, positif au-delà et négatif en deçà. »)
- $C(\theta) \approx b.(\theta - \theta_0)$, avec $b < 0$ (« C est nul en θ_0, négatif au-delà et positif en deçà. ») (OK)
- $C(\theta) \approx b.(\theta - \theta_0)^2$, avec $b > 0$ (« C est nul en θ_0 et positif au voisinage. »)
- $C(\theta) \approx b.(\theta - \theta_0)^2$, avec $b < 0$ (« C est nul en θ_0 et négatif au voisinage. »)

FB : On applique l'expression du couple $C = + \frac{1}{2} L'(\theta).i^2$ à la forme particulière de l'inductance $L(\theta) \approx L_0 - a.(\theta - \theta_0)^2$, où a est positif.

On obtient une expression du couple linéaire en la position, qui s'annule en θ_0, et de pente négative ($b = -a.i^2$). Cette pente, et donc le module du couple à une position donnée, est d'autant plus forte que le courant est grand.



On remarque pour finir que le *signe du courant n'intervient pas*, ce qui est typique d'un couple réluctant (comme l'électroaimant étudié en cours).

QC) Interprétation : vu la forme du couple calculée précédemment, la dynamique du système donne le comportement mécanique suivant au voisinage de θ_0 qui est, on le rappelle, la position où la réluctance est minimale. Le couple $C(\theta)$:

- tend à déplacer le système dans la direction des angles $\theta > \theta_0$
- tend à déplacer le système dans la direction des angles $\theta < \theta_0$
- tend à ramener le système vers la position θ_0 (θ_0 est un point équilibre stable) (OK)
- tend à écarter le système de la position θ_0 (θ_0 est un point équilibre instable)

FB : La dynamique de la partie mobile du système est de la forme $J.d^2\theta/dt^2 = C(\theta)$ (principe fondamental de la dynamique pour un mouvement de rotation), avec J le moment d'inertie de la partie mobile (généralement appelée « rotor ») autour de l'axe de rotation.

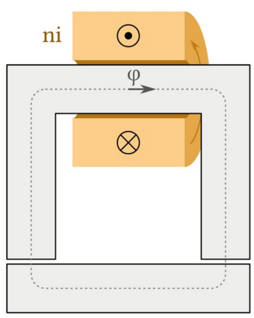
Comme le couple s'annule en θ_0, cette position est un point d'équilibre, car l'accélération y est nulle.

Pour les positions $\theta < \theta_0$, le couple est positif et tend à augmenter θ. Pour les positions $\theta > \theta_0$, le couple est négatif et tend à diminuer θ. Dans les deux cas, le couple $C(\theta)$ tend à ramener θ vers θ_0 : c'est un point d'équilibre stable.

Commentaire et conclusion :

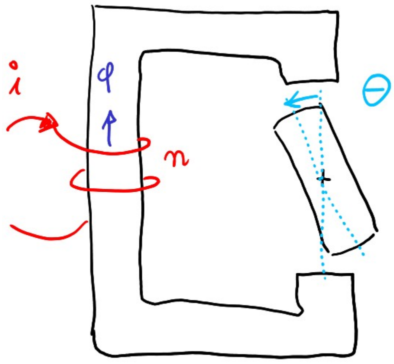
On avait déjà vu (chapitre sur les circuits magnétiques) que le flux magnétique tend à passer par le chemin de plus faible réluctance.

On voit ici un corollaire important : lorsque le système peut bouger, la présence d'un flux magnétique (dû à un courant non nul dans l'enroulement ou à la présence d'un aimant) tend à déplacer la partie mobile vers une position où la réluctance vue par ce flux est minimale.



C'est également vrai pour l'exemple de l'électroaimant vu en cours : la force attractive tend à refermer le cadre ferromagnétique (position $x \longrightarrow 0$), ce qui est bien la situation où la réluctance est minimale.

QD) L'illustration suivante est un cas possible de la situation étudiée.



Pour ce système particulier, pour quel angle θ est-on dans la situation où la réluctance est minimale ? On suppose que la partie fixe et la partie mobile sont en matériau ferromagnétique à haute perméabilité. Sélectionnez toutes les valeurs possibles :

- $\theta_0 = 0°$ (OK)
- $\theta_0 = 90°$
- $\theta_0 = 180°$ (OK)
- $\theta_0 = 270°$

FB : la réluctance est minimale lorsque l'entrefer est le plus faible, c'est-à-dire lorsque la partie mobile est alignée avec les parties saillantes du cadre fixe. Cette situation (qui correspond à 2 angles vu la symétrie centrale de la pièce mobile) est donc un équilibre stable.

Inversement, la situation où la partie mobile est orthogonale est un équilibre instable : le couple y est nul, mais la moindre perturbation amènera la pièce à s'aligner.